

On étudie la progression d'une épidémie de grippe dans une population pendant 30 jours. Au début, on constate que 0,01 % de la population est contaminé. Pour t appartenant à $[0 ; 30]$, on note $y(t)$ le pourcentage de personnes touchées par la maladie après t jours.

On a donc $y(0) = 0,01$. On admet que la fonction y ainsi définie sur $[0 ; 30]$ est dérivable, strictement positive et vérifie (E) : $y' = 0,05y(10 - y)$.

1. On considère la fonction f définie sur $[0 ; 30]$ par $f = \frac{1}{y}$.

Démontrer que y est solution de (E) si et seulement si f satisfait aux conditions $f(0) = 100$ et $f' = -0,5f + 0,05$.

2. a) Déterminer une expression de f , puis en déduire celle de la fonction y .

b) À quoi sert le programme en Python  suivant dans le contexte de cette étude ?

```
from math import *
def epi (x) :
    return (1 / (99.9 * exp (-0.5 * x) + 0.1))
x = 0
while epi (x) < 5 :
    x = x + 1
print (x)
```

3. a) Calculer le pourcentage (arrondi à l'unité) de la population infectée après 30 jours.

b) Étudier la limite de y en $+\infty$ et l'interpréter.